
2進数

r 進数

10 進数:

0, 1, 2, ... 9 の 10 個のシンボルを使って数を表す

$$\begin{aligned} & 1234_{(10)} \\ &= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 \end{aligned}$$

同様に,

r 個のシンボルを使って表したものを r 進数と呼ぶ

$$\begin{aligned} & 1234_{(r)} \\ &= 1 \times r^3 + 2 \times r^2 + 3 \times r^1 + 4 \times r^0 \end{aligned}$$

シンボルの数 r を基数 (radix) と呼ぶ

2進数, 8進数, 16進数

10進数	2進数	8進数	16進数
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	a
11	1011	13	b
12	1100	14	c
13	1101	15	d
14	1110	16	e
15	1111	17	f
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

10進数との変換

2進から10進: 定義どおりに計算する

$$\begin{aligned} & 1001_{(2)} \\ &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 9_{(10)} \end{aligned}$$

10進から2進: 2のべき乗の和に分解する

[方法1] 下位ビットから決めていく

$$\begin{array}{r} 2 \) \ 37 \\ 2 \) \ 18 \ \dots \ 1 \\ 2 \) \ 9 \ \dots \ 0 \\ 2 \) \ 4 \ \dots \ 1 \\ 2 \) \ 2 \ \dots \ 0 \\ 2 \) \ 1 \ \dots \ 0 \\ 0 \ \dots \ 1 \ \rightarrow 100101_{(2)} \end{array}$$

[方法2] 上位ビットから決めていく

$$\begin{aligned} 37 &= 32 + 5 \\ &= 32 + 4 + 1 \\ &= 100101_{(2)} \end{aligned}$$

方法2は, 2のべき乗数を暗記していないとできない. しかし慣れるとこの方が早い

8進数, 16進数との変換

8進数への変換: 3桁ごとに区切ってパターンを置き換える

001000110101011
1 0 6 5 3

(C言語では 010653)

16進数への変換: 4桁ごとに区切ってパターンを置き換える

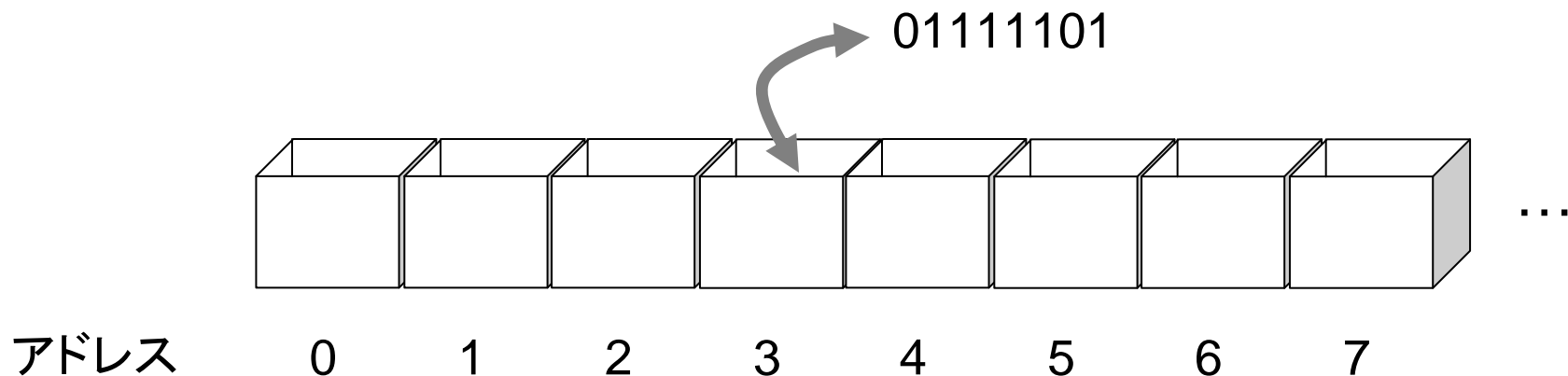
1001000110101011
9 1 a b

(C言語では 0x91ab)

2進数への変換も, これらの逆の操作をするだけ

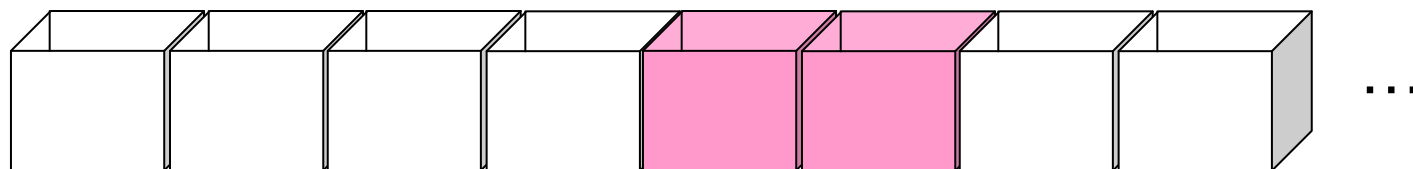
ビットとバイト

- 2進数の1桁を **bit** (binary digit) と呼ぶ
- 計算機の中では, 有限の桁数でデータを表現しなくてはならない
- 基本単位: **1 byte** = 8 bit (現代のコンピュータではほぼ常に)
- メモリは 1 バイトごとに区切られて, それぞれにアドレスがついている



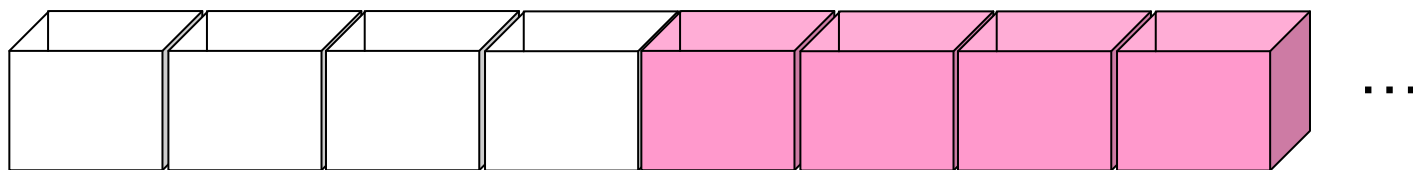
複数のバイトをまとめて扱う

メモリアドレス 4 に対する 2 バイト数値のアクセス



アドレス 0 1 2 3 4 5 6 7

メモリアドレス 4 に対する 4 バイト数値のアクセス



アドレス 0 1 2 3 4 5 6 7

複数ビットの呼び方

	ほとんどの32ビットプロセッサ	ほとんどの16ビットプロセッサ(と互換性を保つ32ビットプロセッサ)	通信分野	Cの型名(最近のほとんどの計算機の場合)
8 bit	byte	byte	octet	char
16 bit	half word	word		short int
32 bit	word	double word		int
64 bit	double word			long long int

- 一度に処理できるサイズによって, 16ビットプロセッサ, 32ビットプロセッサ, などと分類する
- プロセッサによって呼び方が違う
- C言語の型のサイズすら, 計算機によって違う

表せる数値の範囲(符号なしの場合)

- nビットで, 2^n 種類の数値を表すことができる
- nビット符号なし数: $0 \sim 2^n - 1$ を表す
 - 8ビット符号なし数: $0 \sim 255$
 - 16ビット符号なし数: $0 \sim 65,535$
 - 32ビット符号なし数: $0 \sim 4,294,967,295$
- $2^{10} = 1024$ なので, 2^{10} 倍を kilo で表す場合がある. この分野では, 1k が 1024 なのか 1000 なのか注意が必要.
 - 同様に, 2^{20} 倍 = mega, 2^{30} 倍 = giga
- 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 程度までは覚えておくと便利
 - 「 2^{24} はだいたい幾つか?」 $2^{24} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^4$ だから, 100万の 16 倍くらい, とすぐに見当がつく

余談



余談: 4ギガバイトの壁

32ビットプロセッサ(のほとんど)は, 32ビット数を一度に操作することができ, メモリアドレスも 32 ビット数で表す.

64ビットプロセッサ(のほとんど)は, 64ビット数を一度に操作することができ, メモリアドレスも 64 ビット数で表す.

メモリアドレスを 32 ビットで表現するプロセッサは,
4,294,967,296バイト \doteq 4.3 ギガバイト までのメモリしか扱うことができない.

MSB と LSB

現在考えている桁数で最上位のビットと最下位のビットをそれぞれ **MSB**, **LSB** と呼ぶ.

例えば16ビットの場合,

10010001 10111011

MSB: Most Significant Bit (最上位ビット)

LSB: Least Significant Bit (最下位ビット)

算術演算

- 加算, 減算, 乗算, 除算はいずれも 10 進数の場合と同じように筆算できる
- 通常, このような筆算を自分で計算する必要はほぼない. しかし, この原理を理解することは, 演算回路の仕組みを理解する上で重要.
- オーバフロー(桁あふれ)に注意する必要がある
 - 8 ビットで計算しているときに, 255 に 1 を足すと 0 になってしまう

加算・減算

加算: 10進では, 各桁の加算結果が9を超えると繰り上がる
2進では, 1を超えると繰り上がる

$$\begin{array}{r} 1111\ 1 \\ 01111010_{(2)} \\ +) 00111011_{(2)} \\ \hline 10110101_{(2)} \end{array} \quad \begin{array}{l} = 122_{(10)} \\ = 59_{(10)} \\ = 181_{(10)} \end{array}$$

減算: 10進では, 繰り下がりで10を借りてくる.
2進では, 2を借りてくる

$$\begin{array}{r} 000010 \\ 01111010_{(2)} \\ -) 00111011_{(2)} \\ \hline 00111111_{(2)} \end{array} \quad \begin{array}{l} = 122_{(10)} \\ = 59_{(10)} \\ = 63_{(10)} \end{array}$$

乗算・除算

加算・減算が理解できれば, 基本的には同じである

- 九九は不要; AND だけが分かればよい

$$\begin{array}{r}
 1010_{(2)} = 10_{(10)} \\
 x) \underline{1011}_{(2)} = 11_{(10)} \\
 1010 \\
 1010 \\
 0000 \\
 1010 \\
 \hline
 1101110_{(2)} = 110_{(10)}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 1011_{(2)} \overline{)01111010}_{(2)} = 122_{(10)} / 11_{(10)} \\
 \underline{1011} \\
 10001 \\
 \underline{1011} \\
 1100 \\
 \underline{1011} \\
 1_{(2)} = \dots 1_{(10)}
 \end{array}$$

練習問題

1. 2進数 00101100 を 10進数, 16進数で表せ
2. 10進数 123 を 2進数で表せ
3. プログラミング言語 Java のプログラムをコンパイルしたときに生成されるファイル(class ファイル) の最初の4 バイトをそれぞれ符号なしの2進数だとみなすと, 10進表示で順に
202 254 186 190
となることが知られている. それぞれを16進数で表し, 同じ順に並べて書け. (2012年度期末試験)

練習問題 解答例

1. $00101100_{(2)} = (32 + 8 + 4)_{(10)} = 44_{(10)}$
 $= 2c_{(16)}$

2. $123_{(10)} = (64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1)_{(10)} = 01111011_{(2)}$

3. $202_{(10)} = ca_{(16)}$, $254_{(10)} = fe_{(16)}$, $186_{(10)} = ba_{(16)}$, $190_{(10)} =$
 $be_{(16)}$ より, cafebabe