東北大学 工学部 機械知能・航空工学科
2015年度 5セメスター・クラスD

計算機工学

12. 順序回路の設計と応用

(教科書5章)

大学院情報科学研究科

鏡 慎吾

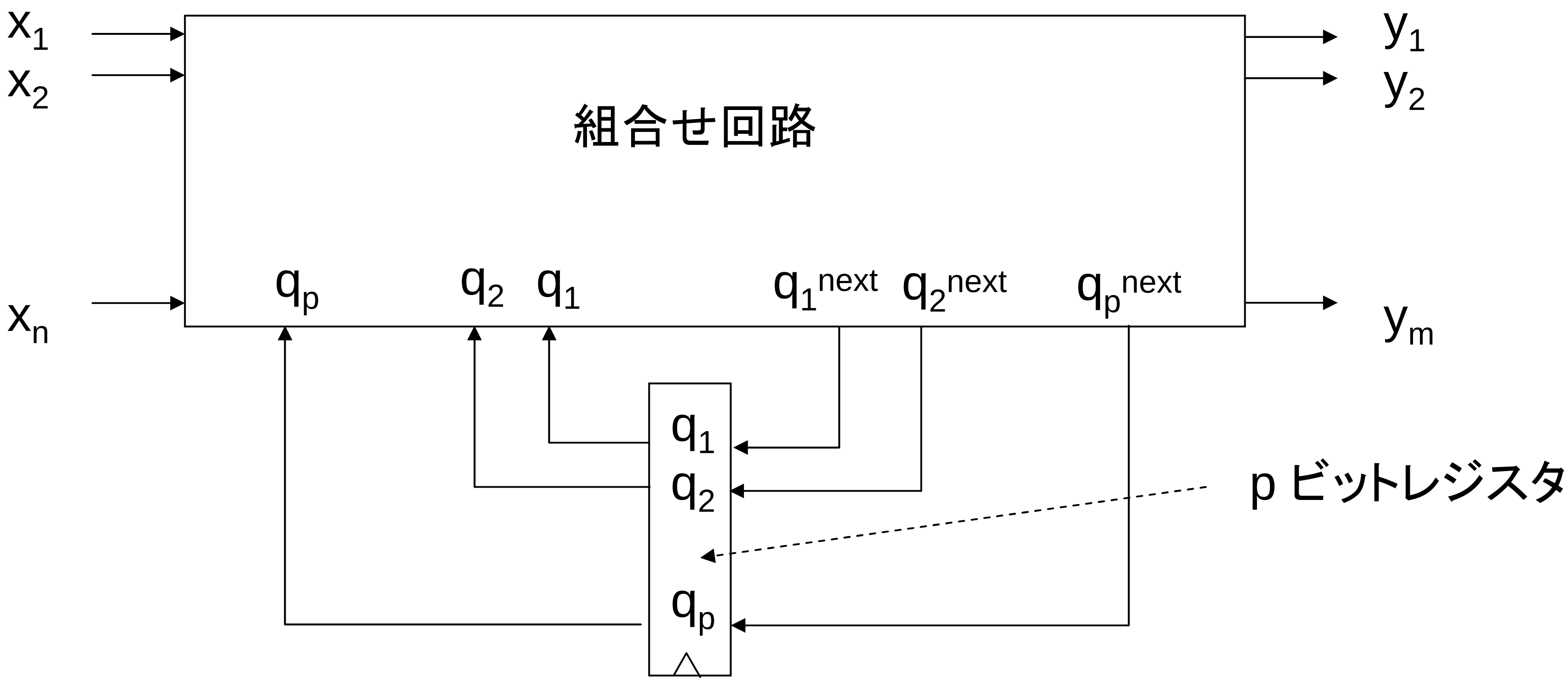
http://www.ic.is.tohoku.ac.jp/~swk/lecture/

順序回路の設計

- 組合せ論理回路の設計法の分類
  - 構造や規則性に着目した手設計（先人の知恵を使う）
  - 入力・出力の関係に基づく自動合成（カルノー図など）

- 順序回路の設計法の分類
  - 構造や規則性に着目した手設計（前回の各例）
  - 入力・出力・状態の関係に基づく自動合成（今回）

同期式順序回路の入力･出力･状態の関係



$$q_i(t+1) = f_i(q_1(t), q_2(t), \ldots, q_p(t), x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$$
$i = 1, 2, \ldots, p$

f_i: 状態遷移関数

$$y_j(t) = g_j(q_1(t), q_2(t), \ldots, q_p(t), x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))$$
$j = 1, 2, \ldots, m$

g_i: 出力関数

有限状態機械

- 取り得る状態の数が有限であるようなシステム
- すべての状態を列挙して，どんな入力のときにどの状態からどの状態に遷移するのか，そのとき何が出力されるのかを考え尽くすことができる

- 設計手順
  - 入力・出力・状態の関係を状態遷移図で表す
  - 入力・出力・状態に2進符号を割り当てる
  - 状態遷移表・出力表を作成する
  - 論理回路に置き換える（必要ならば簡単化する）

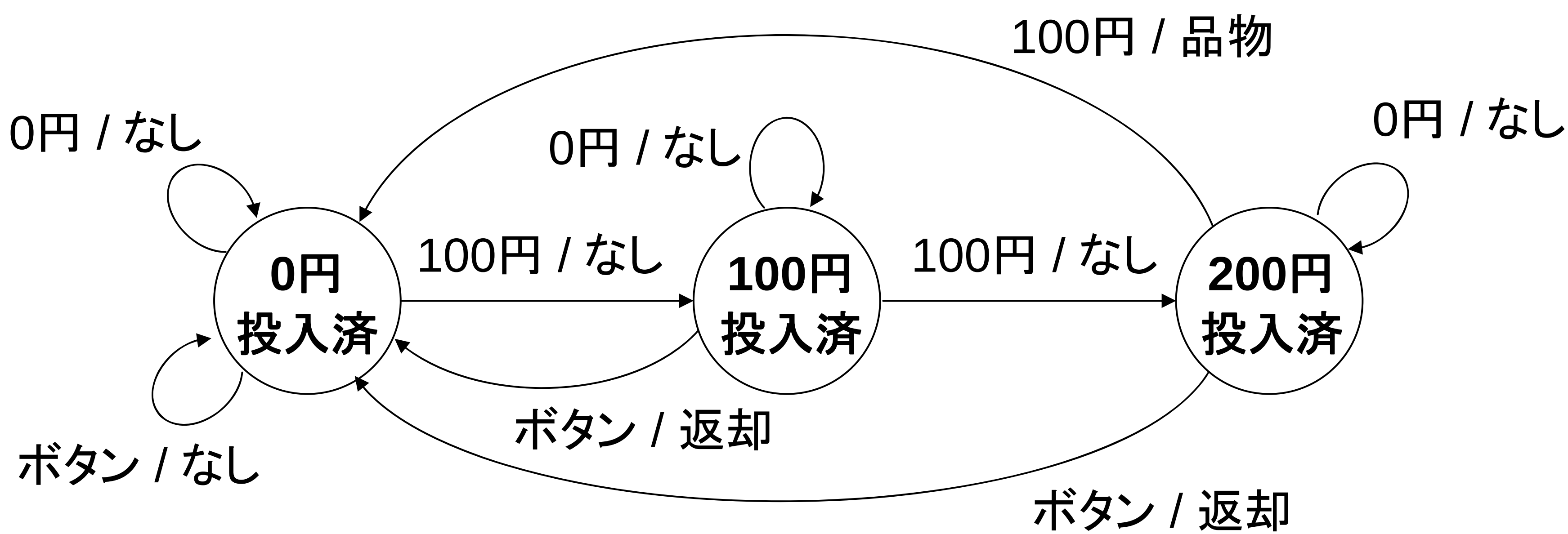
例1: 自動販売機

- 100円硬貨だけを受け付ける
- 投入金額が300円に達すると品物が出てくる
- 投入済金額を返却するボタンがある（硬貨投入と同時には押せない）

入力: { なし, 100円硬貨, 返却ボタン}
出力: { なし, 品物, 投入金額返却 }
状態: { 0円投入済, 100円投入済, 200円投入済 }

例1: 状態遷移図

- 状態を円（ノード）で表す
  状態名を記入する
- 状態遷移を矢印（アーク）で表す
  入力 / 出力 を付記する



例: 状態・入力・出力の符号化

入力: { なし, 100円硬貨, 返却ボタン }

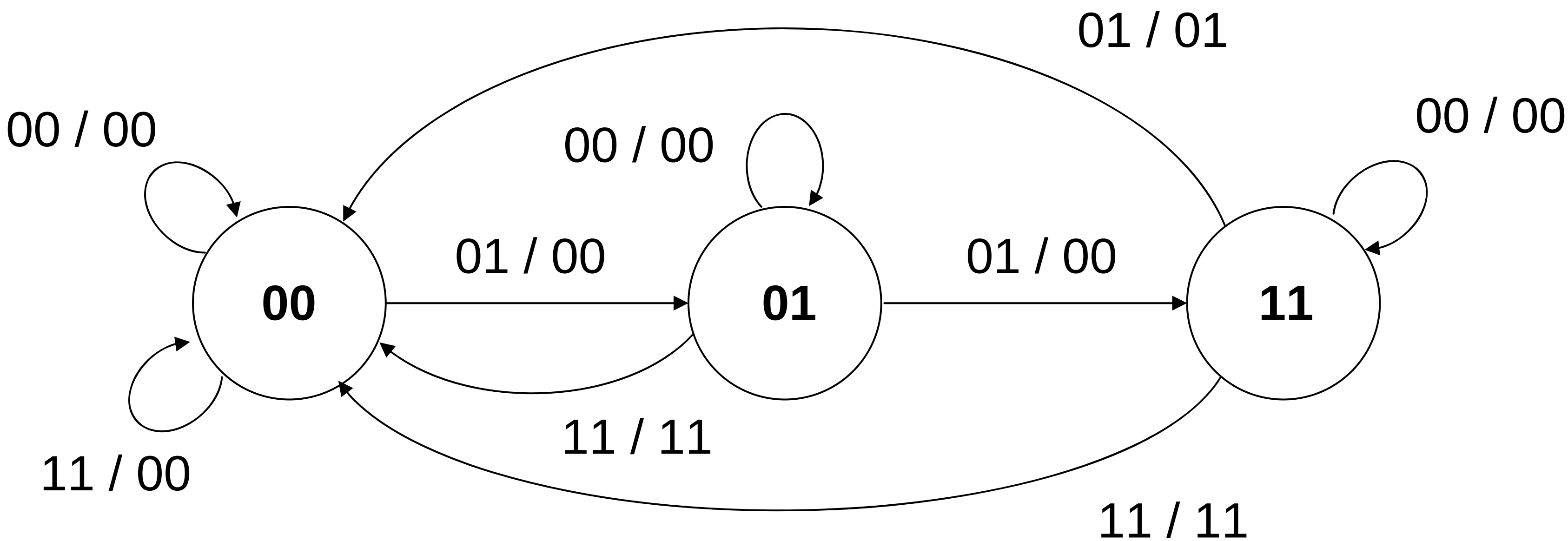
00 01 11 $= x_1 x_2$

出力: { なし, 品物, 投入金額返却 }

00 01 11 $= z_1 z_2$

状態: { 0円投入済, 100円投入済, 200円投入済 }

00 01 11 $= y_1 y_2$



例1: 状態遷移表・出力表

次時刻の状態

入力×状態
→ 状態遷移先
の表を状態遷移表，

入力×状態
→ 出力
の表を出力表と呼ぶ.

両方合わせて状態遷移表と呼ぶことも多い.

y_1	y_2	x_1	x_2	Y_1	Y_2	z_1	z_2
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	*	*	*	*
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	0	*	*	*	*
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	*	*	*	*
1	0	0	1	*	*	*	*
1	0	1	0	*	*	*	*
1	0	1	1	*	*	*	*
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	*	*	*	*
1	1	1	1	0	0	1	1

例1: カルノー図による簡単化

Y_1		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	0	0	0	*
	01	0	1	0	*
	11	1	0	0	*
	10	*	*	*	*

Y_2		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	0	1	0	*
	01	1	1	0	*
	11	1	0	0	*
	10	*	*	*	*

z_1		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	0	0	0	*
	01	0	0	1	*
	11	0	0	1	*
	10	*	*	*	*

z_2		$x_1 x_2$			
		00	01	11	10
y_1y_2	00	0	0	0	*
	01	0	0	1	*
	11	0	1	1	*
	10	*	*	*	*

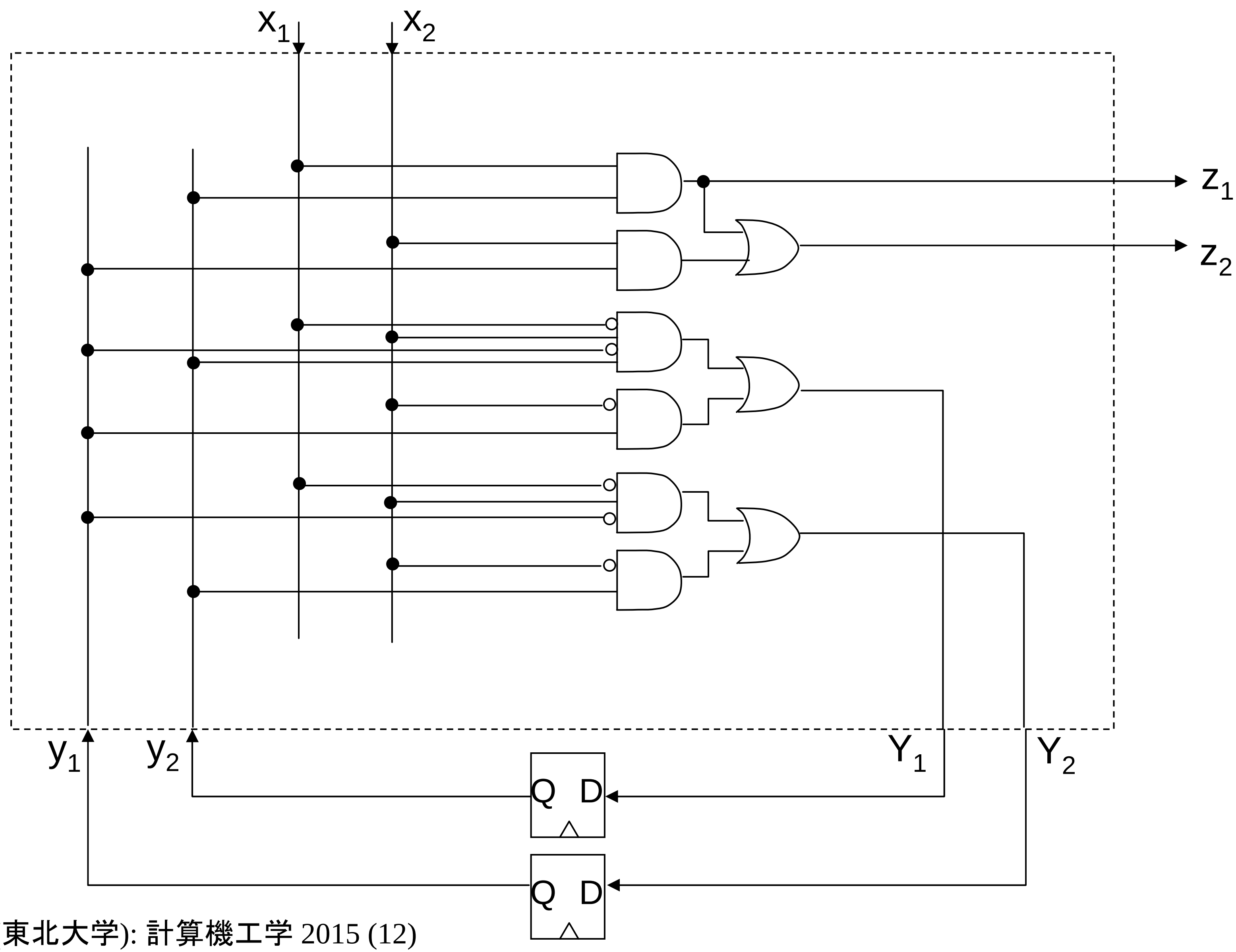
$$Y_1 = \overline{x_1}x_2\overline{y_1}y_2 + \overline{x_2}y_1$$

$$Y_2 = \overline{x_1}x_2\overline{y_1} + \overline{x_2}y_2$$

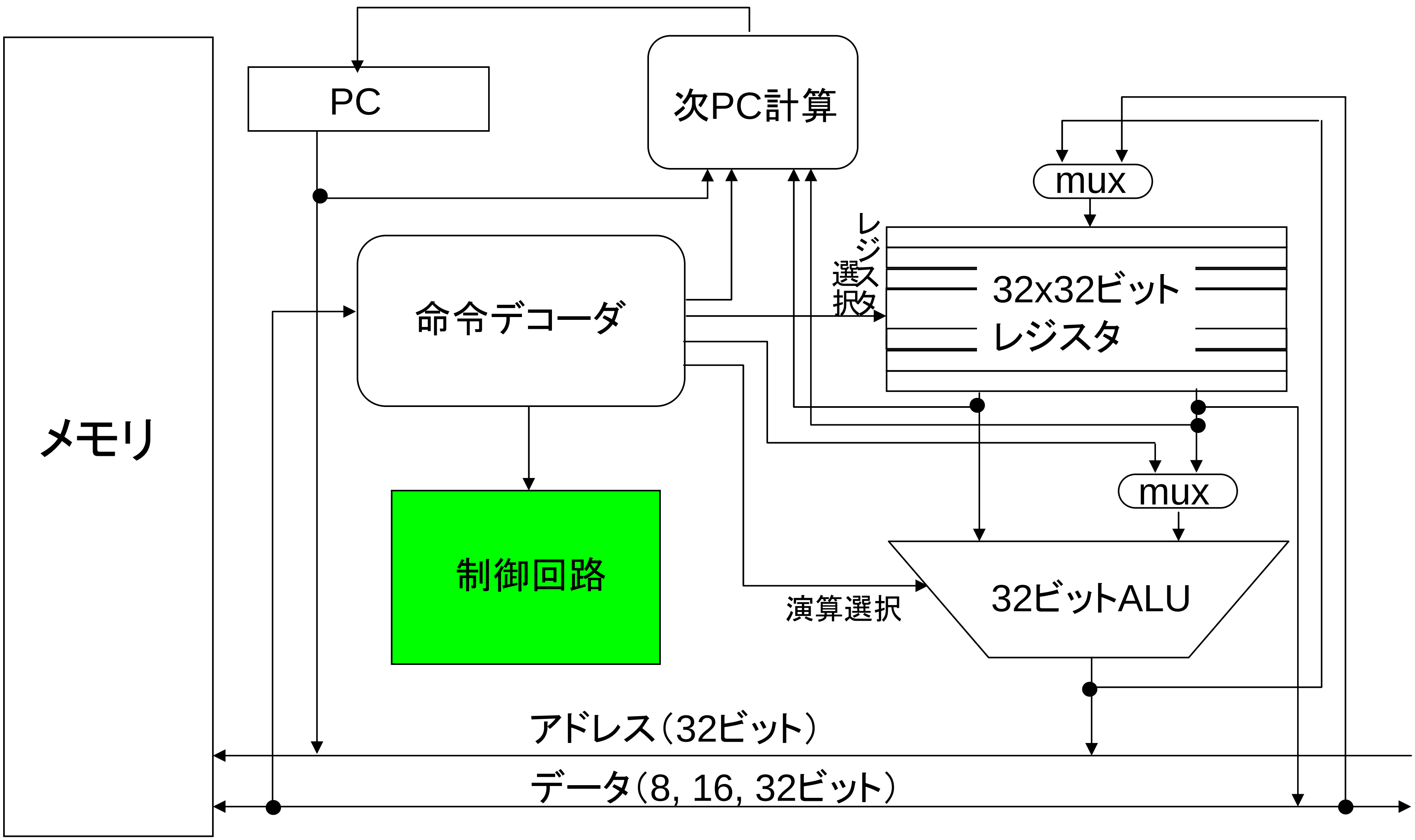
$$z_1 = x_1y_2$$

$$z_2 = x_1y_2 + x_2y_1$$

例1: 回路図

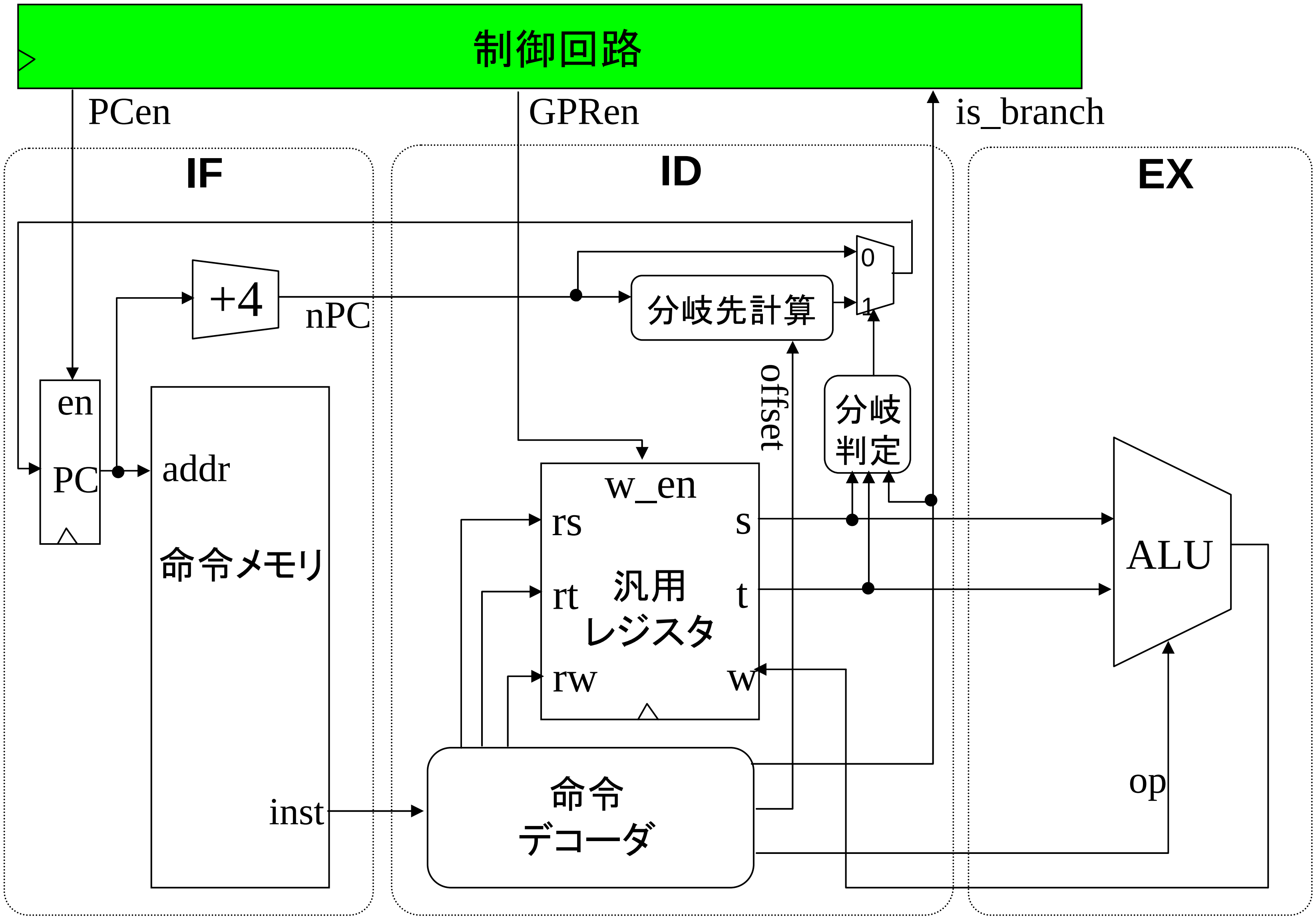


復習: MIPSの構造



次PC計算
PC
mux
レジスタ選択
32x32ビット
レジスタ
命令デコーダ
メモリ
mux
制御回路
演算選択
32ビットALU
アドレス(32ビット)
データ(8, 16, 32ビット)

例2: 簡易版MIPSの制御回路（付録E章）



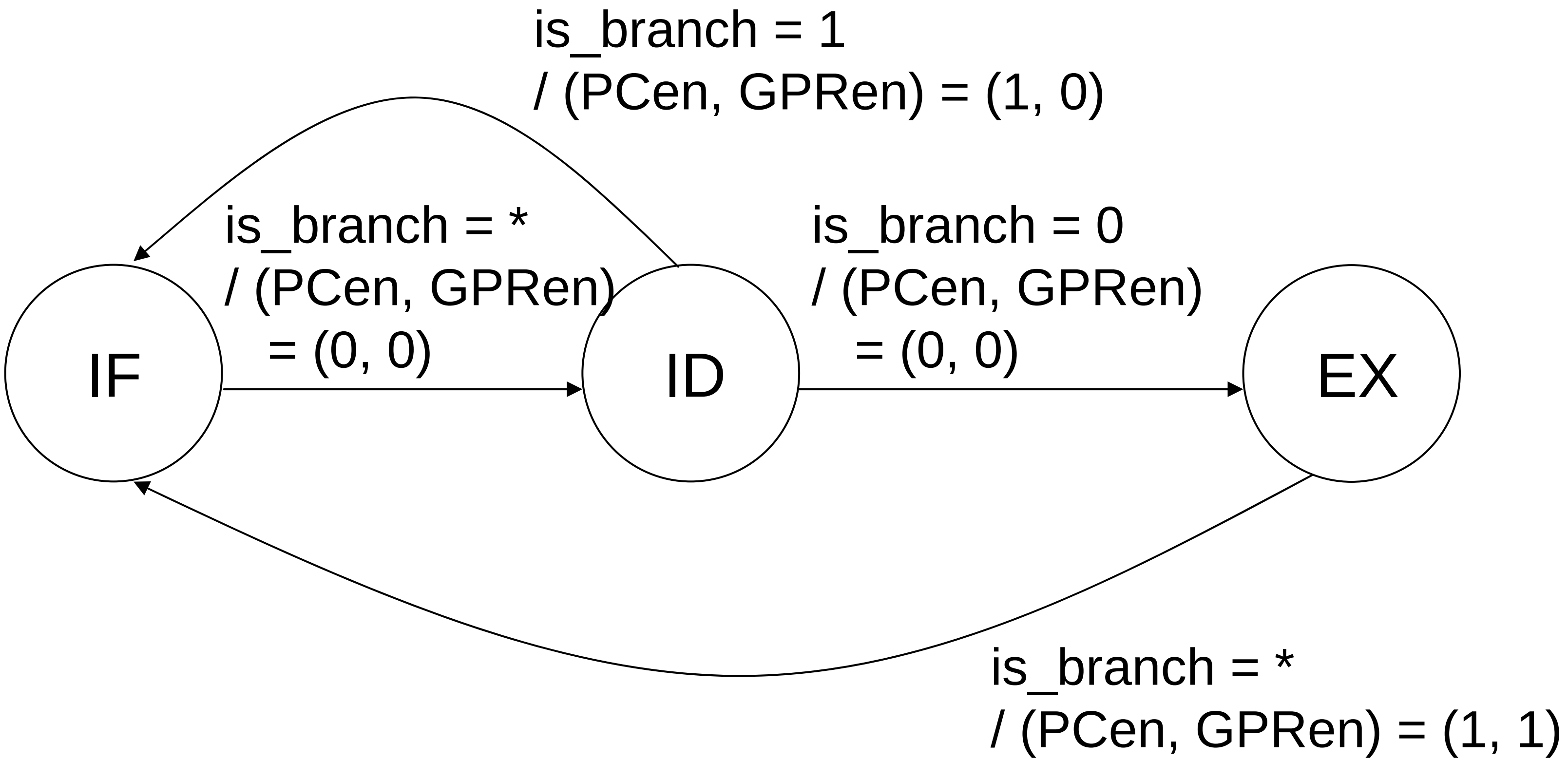
例2: 定義

演算命令と分岐命令だけの簡略版MIPSの制御回路を設計する

入力: 命令デコードの結果生成される is_branch 信号
(分岐命令なら1，演算命令なら0)
出力: イネーブル信号 PCen，GPRen

状態:
- IF (Instruction Fetch): 命令読出し，後続命令アドレス計算
- ID (Instruction Decode): 命令デコード，レジスタ読出，分岐判定
- EX (EXecution): 演算実行，レジスタ書き込み

例2: 状態遷移図



「入力 = *」は，入力が1の場合も0の場合も出力・遷移先状態が同じことを表すとする

例2: 状態遷移表・出力表

符号割り当て:

IF: Q_1Q_0 = 00
ID: Q_1Q_0 = 01
EX: Q_1Q_0 = 10

Q_1	Q_0	is_branch	Q_1'	Q_0'	PCen	GPRen
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	*	*	*	*
1	1	1	*	*	*	*

例2: カルノー図による簡単化

Q_0'		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
is_branch	0	1	0	*	0
	1	1	0	*	0

PCen		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
is_branch	0	0	0	*	1
	1	0	1	*	1

Q_1'		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
is_branch	0	0	1	*	0
	1	0	0	*	0

GPRen		$Q_1 Q_0$			
		00	01	11	10
is_branch	0	0	0	*	1
	1	0	0	*	1

$$Q_0' = \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_0}$$

$$Q_1' = Q_0 \cdot \overline{\text{is\_branch}}$$

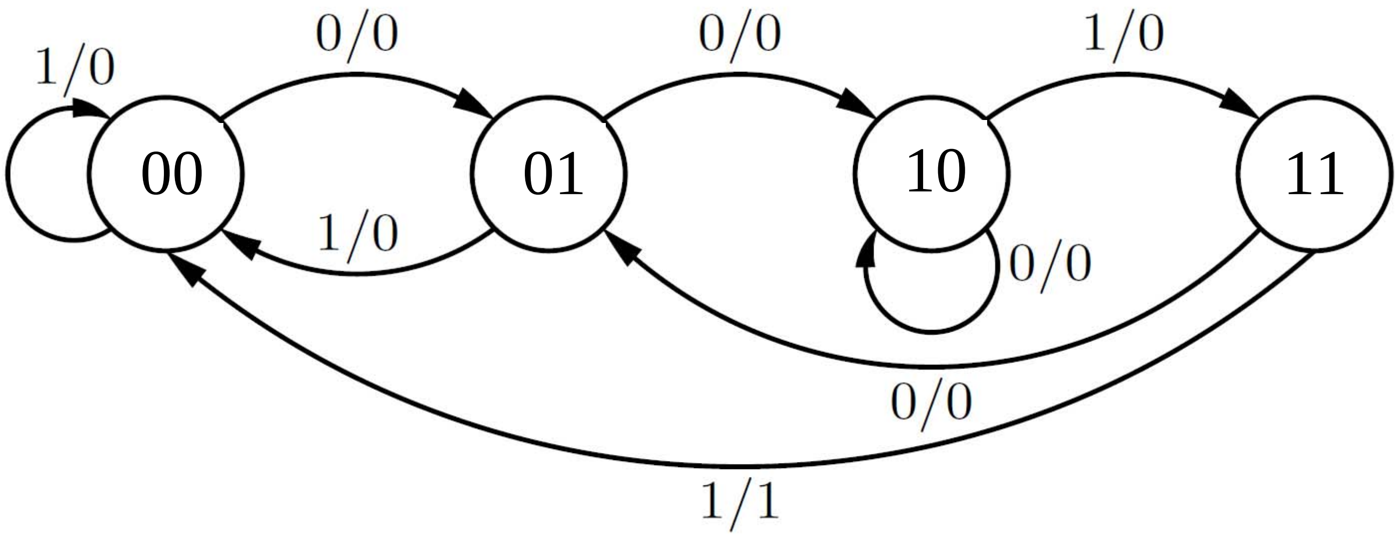
$$\text{PCen} = Q_1 + Q_0 \cdot \text{is\_branch}$$

$$\text{GPRen} = Q_1$$

練習問題

論理値の系列（例えば 0100110101...）を入力として受け取って，「0011」という系列が現れたとき初めて1を出力し，それ以外では0を出力する順序回路を設計せよ.

入力を x，状態を y_1y_2（次時刻の状態を Y_1Y_2），出力を z とする.



解答例

x	y_1	y_2	Y_1	Y_2	z
0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	1

Y_1

x \ y_1y_2	00	01	11	10
0		1		1
1				1

Y_2

x \ y_1y_2	00	01	11	10
0	1		1	
1				1

$$Y_1 = \overline{x}\,\overline{y_1}\,y_2 + y_1\overline{y_2}$$

$$Y_2 = \overline{x}\,\overline{y_1}\,\overline{y_2} + \overline{x}\,y_1 y_2 + x y_1 \overline{y_2}$$

$$z = x y_1 y_2$$

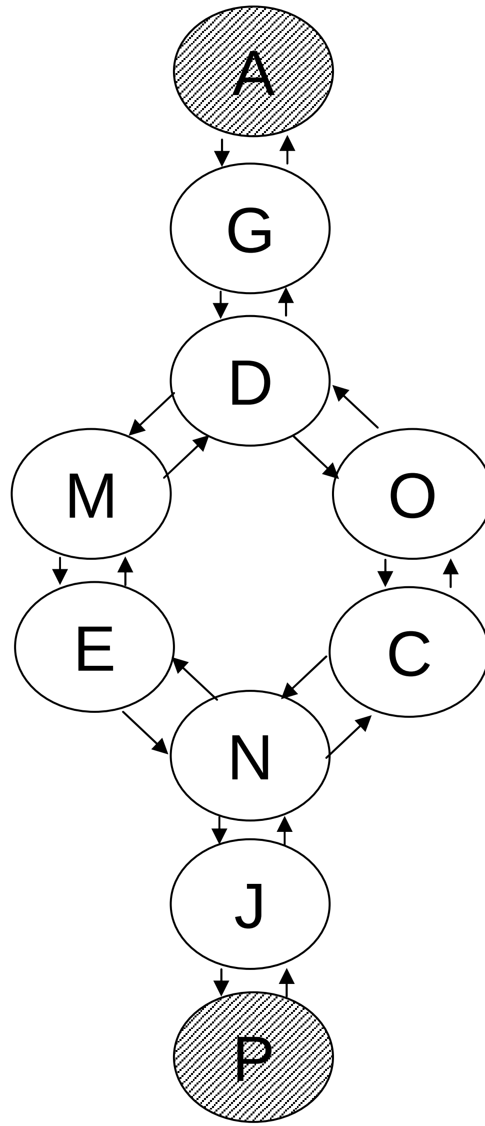
例題 (おまけ)

ある人が狼，羊，牧草とともに旅をしていたところ，川にさしかかった．小さな舟を漕いで渡るしかない．舟には，漕ぎ手である人のほか，狼，羊，牧草のいずれか高々1つしか乗せるスペースがない．ただし，人がいないと狼は羊を食べてしまい，また羊は牧草を食べてしまう．人，狼，羊，牧草すべて無事に川を渡るにはどうすればよいか．

(1) こちらの岸と向こう岸に存在し得る人，狼，羊，牧草の組合せを列挙せよ．これが有限状態機械の状態となる．（渡っている途中の状況は，状態としなくてよい．理由を考えよ）
(2) 状態遷移図を作成せよ．ただし入力，出力を考える必要はない．状態に2進符号を割り当てる必要もない．(ある状態からはどの状態に遷移し得るかのみを考慮する)
(3) 状態遷移図をもとに，最短で向こう岸に渡るための手順を示せ．答えは一つとは限らない．(ヒント: 初期状態から順に，あるいは最終状態から逆にたどるとよい．あるいは状態遷移図を整理しながら考えてもよい)

例題(おまけ) 解答例

状態	こちら岸		向こう岸
A	人狼羊草	-	φ
(B	狼羊草	-	人)
C	人羊草	-	狼
D	人狼草	-	羊
E	人狼羊	-	草
(F	羊草	-	人狼)
G	狼草	-	人羊
(H	狼羊	-	人草)
(I	人草	-	狼羊)
J	人羊	-	狼草
(K	人狼	-	羊草)
(L	人	-	狼羊草)
M	狼	-	人羊草
N	羊	-	人狼草
O	草	-	人狼羊
P	φ	-	人狼羊草



最短経路は二つ

参考

- 今回学んだ Mealy 型の有限状態機械のほかに，出力が状態にだけ依存する（入力に直接依存しない） Moore 型の有限状態機械がある.
  - Moore 型も Mealy 型も表現能力は同じである．ただし，Moore 型は入力が出力に反映されるのに1時刻以上かかる.
  - 入力が出力に直接影響するのが好ましくない場合は Moore 型で設計する必要がある.
- 今回は，状態遷移図から安直に回路を生成した，実際は
  - より状態数の少ない有限状態機械で表せるかも知れない
  - 符号の割り当て方によって，回路がもっと簡単になるかも知れない

などといったことも考える必要がある.